慶応義塾大学 商学部 2017

I (i) $f(x) = 4\sqrt{3}\cos x - 4\sin x + 5$

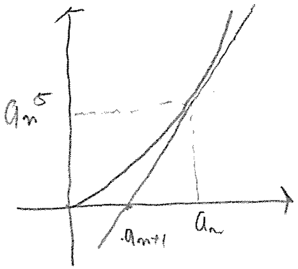
$= 8\sin\left(x + \frac{2}{3}\pi\right) + 5$

$\therefore \max f(x) = f\left(\underline{\frac{11}{6}\pi}\right) = \underline{13}$

$\min f(x) = f\left(\underline{\frac{5}{6}\pi}\right) = \underline{-3}$

(1) 1 (2) 1 (3) 6 (4) 1 (5) 3 (6) 5 (7) 6 (8) − (9) 3

(ii)



$y = x^5$ の $(a_n\ a_n^5)$ における接線は

$y - a_n^5 = 5a_n^4(x - a_n)$

$y = 0$ を代入すると

$\therefore\ x = \frac{4}{5}a_n \quad \therefore\ a_{n+1} = \underline{\frac{4}{5}}a_n$

$\log_{10}2 = \alpha$ とする. $a_n = \left(\frac{4}{5}\right)^{n-1}$ より

$a_n - a_{n+1} = \left(\frac{4}{5}\right)^{n-1} - \left(\frac{4}{5}\right)^n = \left(\frac{4}{5}\right)^{n-1}\left(1 - \frac{4}{5}\right) = \frac{4^{n-1}}{5^n}$

$\frac{4^{n-1}}{5} < \frac{1}{1000} \iff 2(n-1)\alpha + 3 < n(1-\alpha)$

$\iff (1-3\alpha)n > 3 - 2\alpha$

$\iff 0.0970n > 2.3980$

(10) 4 (11) 5 (12) 2 (13) 5 これをみたす最小の $n \in N$ は $n = \underline{25}$

慶早進学塾

II (i) $m(x) = (x-4)^2+1$ より $x_m = \underline{4}$ (14)

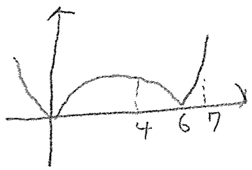
$$c(x) = \int m(x)\,dx = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2+17+C$$

$c(0)=0$ より $c(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2+17$

$$\therefore a(x) = \frac{1}{3}(x-6)^2+5$$

$x_a = \underline{6}$ (15)

(ii) $m(x)-a(x) = \frac{2}{3}x^2 - 4x$



$$\therefore \int_4^7 |m(x)-a(x)|\,dx$$

$$= -\int_4^6 (m(x)-a(x))\,dx + \int_6^7 (m(x)-a(x))\,dx$$

$$= -\left[\frac{2}{9}x^3 - 2x^2\right]_4^6 + \left[\frac{2}{9}x^3-2x^2\right]_6^7$$

$$= \frac{56}{9}+\frac{20}{9} = \frac{76}{9}$$ (16) 7 (17) 6 (18) 9

(iii) $c(x_1+x_2) = (x_1+x_2)\,a(x_1+x_2)$

$x_1<x_2$ とすると

$a(x_1) > a(x_2) > a(x_1+x_2)$

となるので、 $c(x_1+x_2) < (x_1+x_2)\,a(x_2)$

$= x_1 a(x_2) + x_2 a(x_2)$

$< x_1 a(x_1) + x_2 a(x_2)$

$= c(x_1)+c(x_2)$

$\therefore c(x_1+x_2) < c(x_1)+c(x_2)$ ■

(iv) 求める値は、 $c(u_1)+c(u_2)-c(u_1+u_2)$

$= \underline{u_1u_2(u_1+u_2-8)}$ (イ)

慶早進学塾

III (i) $\begin{cases} x-2y+3z+1=0 & \cdots ① \\ 3x+4y-7z-5=0 & \cdots ② \end{cases}$

$2\times①+②$: $5x - z - 3 = 0 \quad \cdots ③$

$①\times 7+②\times 3$: $8x-y-4=0 \quad \cdots ④$

仮定より $x=t+1$ なので、これを代入して

$y=8t+4$

$z=5t+2$

∴ (19) 8 (20) 5 (21) 4 (22) 2

(ii) lの方程式: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t+1 \\ 8t+4 \\ 5t+2 \end{pmatrix}$

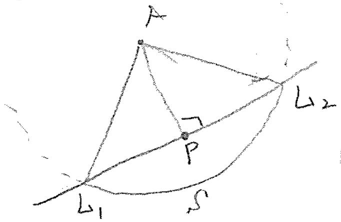
tを用いて、A$(2,-8,3)$からl上の任意の点までのきょりを表すと

$\sqrt{(t-1)^2+(8t+12)^2+(5t-1)^2}$

$=\sqrt{90t^2+180t+146}$

これの最小値は $t=-1$ のときなので、

$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix}$ ∴ (23) 0 (24) − (25) 4 (26) − (27) 3



また、P$(0,-4,-3)$ 球面とlの2つの共有点をそれぞれ L_1 L_2 として

$\triangle AL_1L_2 = 2\triangle APL_1$

$PL_1^2 = 90(t_1+1)^2$ ($L_1 \begin{pmatrix} t_1+1 \\ 8t_1+4 \\ 5t_1+2 \end{pmatrix}$ とした)

$\triangle APL_1 = \frac{1}{2} \times AP \times PL_2 = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{14} \times \pm 3\sqrt{10}(t_1+1)$

$= \pm 6(t_1+1)\sqrt{35} = 12\sqrt{35}$

∴ $t_1+1=\pm 2$

$t_1 = 1, -3$.

ここで、L_1, L_2 は入れかえても対称性を保つので $t_1=1$, $t_2=-3$ と

∴ (28) − (29) 2 (30) − (31) 2 (32) 0 (33) − (34) 1 (35) 3

(36) 2 (37) 1 (38) 2 (39) 7

(iii) x軸に平行とは、平面の方程式がxに依らないということなので、

①,②からxを消去して

(ウ) $5y-8z-4=0$

同様にして、①,②からyを消去して

(エ) $5x-z-3=0$

慶早進学塾

IV 全ての玉に区別をつけるものとする

(i) 太郎が4の玉を手に入れるのは　2通り

〃 3,2,1 〃 6通り

全ての事象は、12×11通り

∴ 求める確率は、$\dfrac{2+3\times6}{12\times11}=\dfrac{5}{33}$

(40) 5 (41) 3 (42) 3

太郎が4の玉を取って花子が2つの玉を得るのは、2通り

〃 3 〃 9通り

〃 2 〃 18通り

〃 1 〃 27通り

∴ 求める確率は $\dfrac{2+9+18+27}{12\times11}=\dfrac{14}{33}$

(43) 1 (44) 4 (45) 3 (46) 3

また、このとき、

(太郎の玉、花子の玉) (4,5) (3,4) (2,3) (1,2)

n=1のとき　2通り　6通り　9通り　9通り

(太郎の玉、花子の玉) (3,5) (2,4) (1,3)

n=2のとき　3通り　6通り　9通り

(太郎の玉、花子の玉) (2,5) (1,4)

n=3のとき　3通り　6通り

(太郎の玉、花子の玉) (1,5)

3通り

$\therefore \sum_{n=1}^{4} np_n=\left(1\times\dfrac{2+6+9+9}{12\times11}+2\times\dfrac{3+6+9}{12\times11}+3\times\dfrac{3+6}{12\times11}+4\times\dfrac{3}{12\times11}\right)\times\dfrac{33}{14}$

$=\dfrac{101}{56}$ (47) 1 (48) 0 (49) 1 (50) 5 (51) 6

(ii) 余事象を考える。

太郎が1つも赤玉を獲得しないのは、花子が2つの玉を得る

太郎が1個の青又は白の玉を得る

でそれぞれ確率は、$\dfrac{14}{34}$ ((i)より)　$\dfrac{1+4+4+4}{12\times11}$, $\dfrac{6+8+4}{12\times11}$

太郎が4をひく　〃3をひく　〃2をひく　〃1をひく　太郎が4をひく　3をひく　2をひく

$\dfrac{14}{33}+\dfrac{13}{12\times11}+\dfrac{18}{12\times11}=\dfrac{29}{44}$ 求める確率は $1-\dfrac{29}{44}=\dfrac{15}{44}$

(52) 1 (53) 5 (54) 4 (55) 4

(iii) 花子が2回目に取り出す玉に太郎の玉の色は影響を受けないので考えない。

取り出された玉の色が順に (赤, その他, 赤) のとき　5×7×4通り

〃 (赤, 赤, 赤) のとき　5×4×3通り

〃 (青, その他, 青) のとき　4×8×3通り

〃 (青, 青, 青) のとき　4×3×2通り

〃 (白, その他, 白) のとき　3×9×2通り

〃 (白, 白, 白) のとき　3×2×1通り

↓続き

慶早進学塾

(ii)の続き

全ての事象は、2回目の花子を考えないので $12\times11\times10$

$\therefore$ 求める確率は $\dfrac{5\times7\times4+5\times4\times3+4\times8\times3+4\times5\times2+3\times9\times2+3\times2\times1}{12\times11\times10}$

$= \dfrac{19}{66}$ $\therefore$ (56) 1 (57) 9 (58) 6 (59) 6

また、花子の獲得した玉の数の和が15になるのは、
花団が4つの玉を獲得する場合に限られ
数字の組み合わせは以下の2組

(5, 4, 4, 2) (5, 4, 3, 3)

(5, 4, 4, 2) の時 玉の出る順番は $4\to5\to2\to4$
$2\to4\to4\to5$

の2通りしかなく、それぞれ 6, 6通りである

(5, 4, 3, 3) も $3\to5\to3\to4$ 又は $3\to4\to3\to5$
の順に限られそれぞれ 12, 12通り

$\therefore$ 求める確率は $\dfrac{6+6+12\times12}{12\times11\times10\times9} = \dfrac{1}{330}$

$\therefore$ (60) 1 (61) 3 (62) 3 (63) 3 慶早進学塾