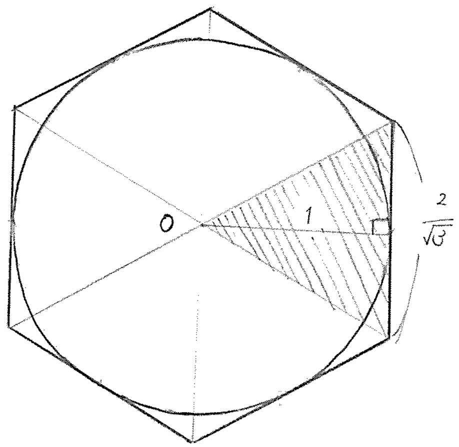
早稲田大学　政治経済学部　2018

1

(1)



求める面積 S は，

$$S = 6\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot 1\right) = \underline{2\sqrt{3}}$$

(2)

$$\begin{cases} s = \log_2 x \\ t = \log_2 y \end{cases}$$ とする．

このとき 条件は

$$\begin{cases} s \geq 0 \\ t > 0 \\ s + t = 2 \end{cases}$$ つまり $$\begin{cases} t = 2 - s \\ 0 \leq s < 2 \end{cases}$$ となる．

ここで $z = s^2(t+1) = s^2(3-s)$

$$\therefore \frac{dz}{ds} = -3s(s-2) \geqq 0 \quad (0 \leq s < 2 \text{ のとき})$$

よって $0 \leq s < 2$ で z は単調増加することが分かる．

このため $\underline{0 \leq z < 4}$

(3)

平均値を m，標準偏差を s とする．

このとき，

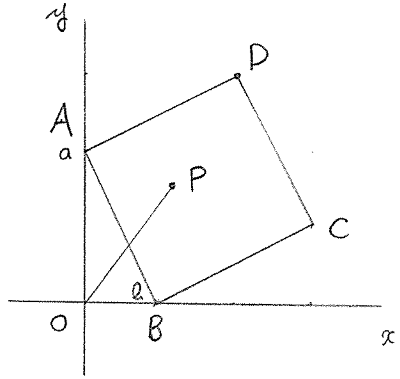
$$m = \frac{25}{100}\cdot 0 + \frac{75}{100}\cdot 100 = \underline{75}$$

$$s^2 = \frac{25}{100}(0-75)^2 + \frac{75}{100}(100-75)^2$$

$$= 75\cdot 25 = 25^2\cdot 3$$

$$\therefore s = \underline{25\sqrt{3}}$$

2.



(1) 図形は上のようになる。

正方形の A, B 以外の 2 頂点を上のように

C, D とする。

すると、$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} b \\ -a \end{pmatrix}$ である。よって $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$.

このため $\underline{C(a+b,\ b),\ D(a,\ a+b)}$ //

(2)

線分 OP の長さが最大となるのは

P = D となるとき。($a > b > 0$ のため)

よって、その最大値は

$$\sqrt{a^2+(a+b)^2} = \underline{\sqrt{2a^2+2ab+b^2}} \ //$$

(3)

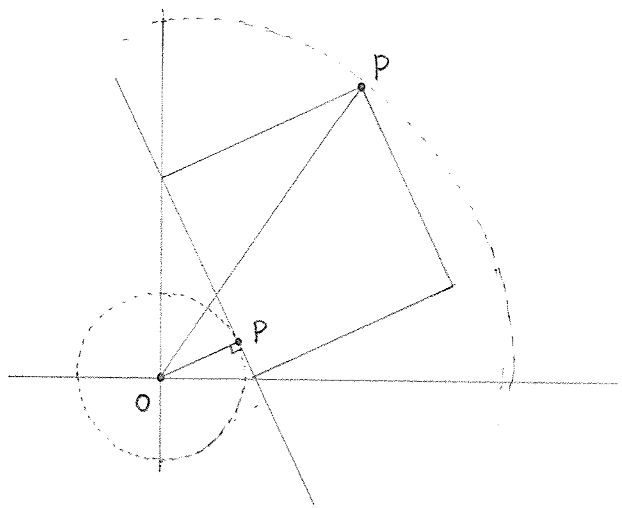
線分 OP の長さが最小となるのは、

P が O から直線 AB におろした垂線の足となるとき。

また、直線 AB の方程式は $ax + by - ab = 0$ である。

よって求める最小値は

$$\frac{|-ab|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \underline{\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}} \ //$$



3

(1) $y = 10 - p$ である.

このため売上は,

$$py = p(10-p) = -(p-5)^2 + 25$$ である.

よって $p=5,\ y=5$ のとき売上は最大値 25 をとる

(2) $C(y) = y^2$ である

このため利益は

$$py - C(y) = y(10-y) - y^2$$
$$= -2\left(y - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{2}.$$

さらに y は 1 以上の整数であるから.

$(p, y) = (8, 2), (7, 3)$ のとき

利益は最大値 12 をとる

(3) $C(y) = y^2 + 20y - 20$ である.

このため利益は

$$py - C(y) = y(10-y) - (y^2 + 20y - 20)$$
$$= -2\left(y + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{65}{2}$$

よってこのとき利益は $y \geqq 1$ の範囲で単調減少する.

このため利益は $p=9,\ y=1$ のとき最大値 8 をとる

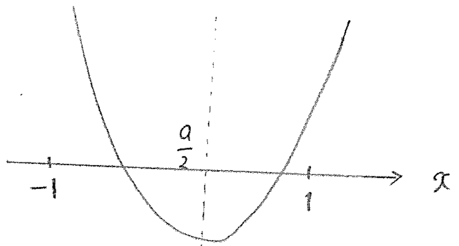
4

$f(x) = x^2 - ax - b$ とする.

(1) $f(x) = 0$ が $-1 < x < 1$ の範囲に

2つの実数解をもつ領域を求めれば良い.

このとき $y = f(x)$ のグラフは次のようになる.



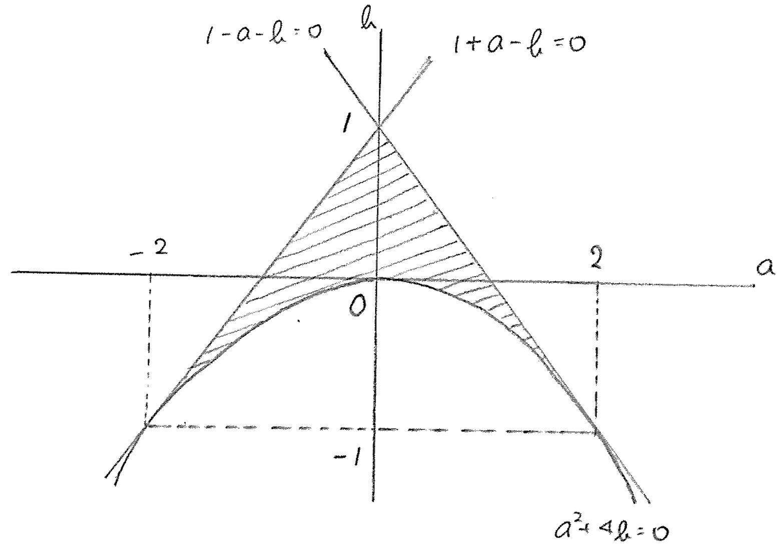
よって $f(x) = 0$ の判別式を D とすると, このようになる条件は

$$\begin{cases} D = a^2 + 4b \geqq 0 \\ -1 < \frac{a}{2} < 1 \\ f(1) = 1 - a - b > 0 \\ f(-1) = 1 + a - b > 0 \end{cases}$$

となる。

よって求める領域は下の斜線部分

(ただし 直線 $1-a-b=0$, $1+a-b=0$ 上の点は除く)



(2) a, b が実数であることから,

α が虚数であるとき, $\overline{\alpha} = \beta$ である.

また, 解と係数との関係より

$$\begin{cases} \alpha + \beta = a \\ \alpha\beta = -b \end{cases}$$

以上より

$$|\alpha| = \sqrt{\alpha\overline{\alpha}} = \sqrt{\alpha\beta} = \underline{\underline{\sqrt{-b}}}$$

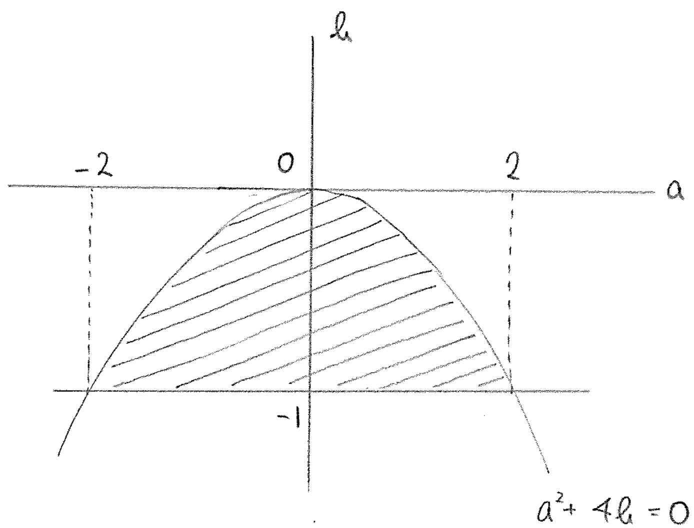
(3)　α, β が虚数であることから，$D = a^2 + 4b < 0$

またこのとき，$|\alpha| = |\beta| = \sqrt{-b}$ である．

よって　$|\alpha| < 1$ かつ $|\beta| < 1$ であるとき　$b > -1$

以上のことから，求める領域は

下の斜線部分（ただし境界を含まない）



5

(1)　チーム A が全勝する確率は p^3．

このとき必ず優勝するから，求める確率は $\underline{p^3}$

(2)　チーム A が 2 勝 1 敗となる確率は

$${}_3C_1\ p^2(1-p) = 3p^2(1-p).$$

A が 2 勝 1 敗したとき，A に勝利したチームが全勝しなければ A が優勝する．

よって求める確率は

$$3p^2(1-p)\cdot\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right) = \underline{\frac{9}{4}p^2(1-p)}$$

(3)　チーム A が 1 勝 2 敗し，かつ優勝すると仮定する

このとき B, C, D のいずれのチームも 2 勝以上することがない．よって全チームの勝利数の和は

4 以下となる．

しかし，リーグ戦は ${}_4C_2 = 6$ 試合行われるため

全チームの勝利数の和は 6 となる。

これは矛盾である.

よって A が 1勝2敗し優勝する確率は $\underline{0}$.

(4)

A は総当たりのリーグ戦の方がトーナメント戦よりも優勝する確率が高い

＜理由＞

A が勝ち残りのトーナメント戦で優勝する確率 , リーグ戦で優勝する確率をそれぞれ P_T, P_L とする。

すると

$$P_T = p^2, \quad P_L = p^3 + \frac{9}{4}p^2(1-p)$$

$$= \frac{1}{4}p^2(9-5p)$$ である.

よって

$$P_T - P_L = p^2 - \frac{1}{4}p^2(9-5p)$$

$$= \frac{5}{4}p^2(1-p) < 0 \quad (\because 0<p<1)$$

よって $0<p<1$ のとき $P_T < P_L$ となるため .